

## Рівняння стану ідеального газу. Ізопроцеси

Як пов'язані між собою тиск, об'єм і температура?

### 1. Рівняння стану ідеального газу

$$p = nkT \quad n = \frac{N}{V} \quad \Rightarrow \quad pV = NkT \quad N = \frac{m}{M} N_A$$
$$pV = \frac{m}{M} N_A kT$$

Універсальна газова стала ( $R$ ) – це добуток числа Авогадро  $N_A$  на сталу Больцмана  $k$ .

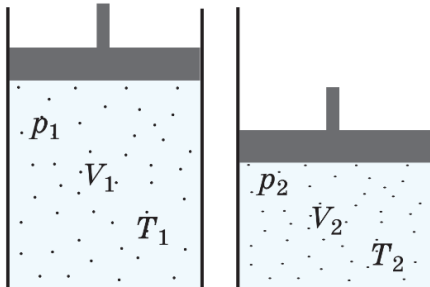
$$R = N_A k = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

### Рівняння стану ідеального газу (рівняння Менделєєва – Клапейрона):

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad \text{або} \quad pV = \nu RT$$

Назване на честь російського хіміка й фізика Дмитра Івановича Менделєєва (1834–1907) і французького фізика Бенуа Поля Еміля Клапейрона (1799–1864).

### 2. Рівняння Клапейрона



Для кожного стану запишемо рівняння Менделєєва – Клапейрона:

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1 \quad p_2 V_2 = \frac{m}{M} RT_2$$
$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{m}{M} R \quad \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{m}{M} R$$

Рівняння Клапейрона:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{pV}{T} = \text{const}$$

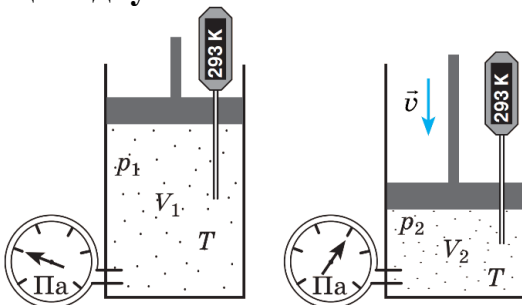
Для даного газу деякої маси відношення добутку тиску на об'єм до температури газу є незмінним.

### 3. Ізопроцеси

Ізопроцес – це процес, у ході якого один із макроскопічних параметрів (тиск, об'єм, температура) даного газу деякої маси залишається незмінним.

### 4. Ізотермічний процес. Закон Бойля – Маріотта

Ізотермічний процес – процес змінювання стану даного газу деякої маси, що відбувається за незмінної температури.



Якщо повільно опускати поршень, температура газу під поршнем буде лишатися незмінною і дорівнюватиме температурі навколишнього середовища. Тиск газу при цьому буде збільшуватися.

$$\frac{p_1 V_1}{T} = \frac{p_2 V_2}{T} \quad \Rightarrow \quad p_1 V_1 = p_2 V_2$$

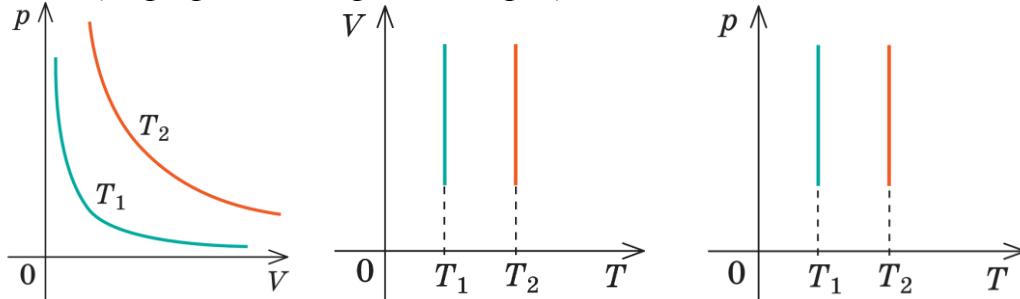
### Закон Бойля – Маріотта:

Для даного газу деякої маси добуток тиску газу на його об'єм є незмінним, якщо температура газу не змінюється:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \text{або} \quad pV = \text{const} = \frac{m}{M} RT$$

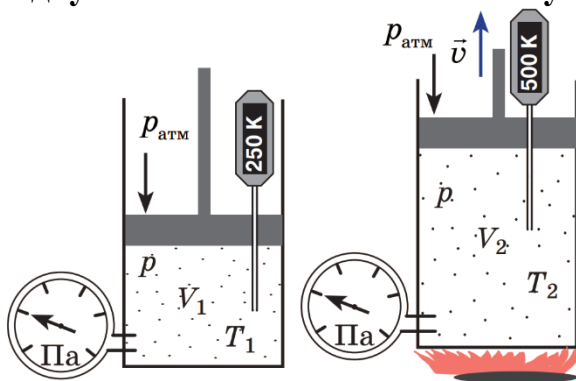
Цей закон незалежно один від одного відкрили ірландський фізик і хімік Роберт Бойль (1627–1691) у 1662 р. і французький фізик Едм Маріотт (1620–1684) у 1676р.

*Ізотерми – це графіки ізотермічних процесів ( $T_1 < T_2$ ).*



### 5. Ізобарний процес. Закон Гей-Люссака

Ізобарний процес – процес змінювання стану даного газу деякої маси, що відбувається за незмінного тиску.



Якщо газ перебуває під важким поршнем масою  $M$  і площею  $S$ , який може переміщуватися практично без тертя, то в разі збільшення температури об'єм газу буде збільшуватися, а тиск газу лишатиметься незмінним і дорівнюватиме  $p = p_{\text{атм}} + \frac{Mg}{S}$

$$\frac{pV_1}{T_1} = \frac{pV_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

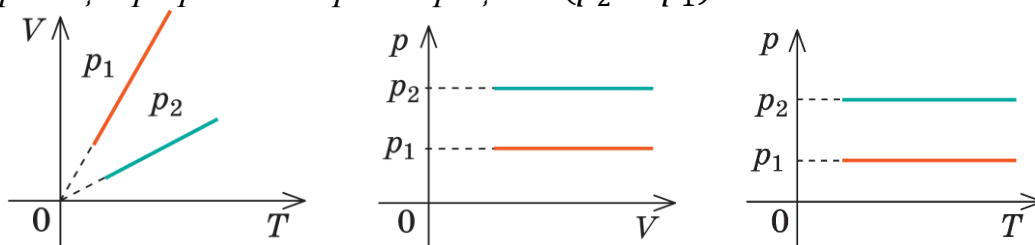
### Закон Гей-Люссака:

Для даного газу деякої маси відношення об'єму газу до температури є незмінним, якщо тиск газу не змінюється:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \text{або} \quad \frac{V}{T} = \text{const} = \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{p}$$

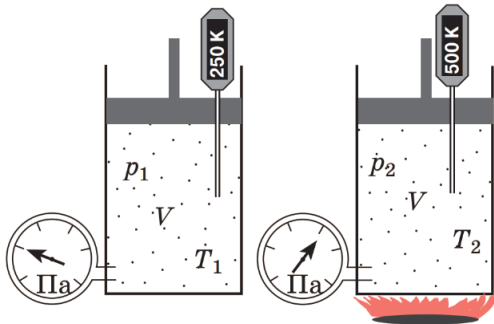
Цей закон експериментально встановив у 1802 р. французький фізик Жозеф Луї Гей-Люссак (1778–1850).

*Ізобари – це графіки ізобарних процесів ( $p_2 > p_1$ ).*



## 6. Ізохорний процес. Закон Шарля

Ізохорний процес – процес змінювання стану даного газу деякої маси, що відбувається за незмінного об'єму.



Якщо газ перебуває в циліндрі під закріпленим поршнем, то зі збільшенням температури тиск газу теж збільшуватиметься. Дослід показує, що в будь-який момент часу відношення тиску газу до його температури буде незмінним.

$$\frac{p_1 V}{T_1} = \frac{p_2 V}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

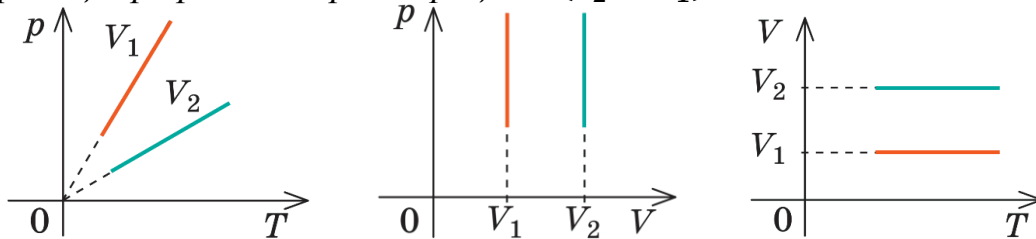
### Закон Шарля:

Для даного газу деякої маси відношення тиску газу до його температури є незмінним, якщо об'єм газу не змінюється:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{або} \quad \frac{p}{T} = \text{const} = \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{V}$$

Цей закон установив у 1787 р. французький учений Александр Сезар Шарль (1746–1823).

Ізохори – це графіки ізохорних процесів ( $V_2 > V_1$ ).



### Розв'язування вправ

1. Який тиск стиснутого повітря, що міститься в балоні ємністю 20 л за 12 °С, якщо маса цього повітря 2 кг?

Дано:

$$V = 20 \text{ л} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$T = (12 + 273) \text{ К} = 285 \text{ К}$$

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$M = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$p = ?$$

Розв'язання

Рівняння Менделєєва – Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow p = \frac{mRT}{MV}$$
$$[p] = \frac{\frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \text{К}}{\frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot \text{м}^3} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$$

$$p = \frac{2 \cdot 8,31 \cdot 285}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \approx 8,2 \cdot 10^6 \text{ (Па)}$$

Відповідь:  $p \approx 8,2 \text{ МПа}$ .

2. Газ за тиску 0,2 МПа і температури 15 °С має об'єм 5 л. Визначте об'єм газу цієї маси за нормальних умов.

Дано:

$$p_1 = 0,2 \text{ МПа}$$

$$= 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$T_1 = (15 + 273) \text{ К}$$

Розв'язання

Рівняння Клапейрона:

$$\begin{aligned}
 &= 288 \text{ К} \\
 V_1 &= 5 \text{ л} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \\
 p_2 &= 10^5 \text{ Па} \\
 T_2 &= (0 + 273) \text{ К} \\
 &= 273 \text{ К} \\
 \hline
 V_2 &= ?
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{p_1 V_1}{T_1} &= \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} \\
 [V_2] &= \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{Па} \cdot \text{К}} = \text{м}^3
 \end{aligned}$$

$$V_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 273}{10^5 \cdot 288} \approx 9,5 \cdot 10^{-3} \text{ (м}^3\text{)}$$

**Відповідь:**  $V_2 \approx 9,5 \text{ л}$ .

3. Визначте густину водню за температури 127 °С і тиску 831 кПа.

**Дано:**

$$\begin{aligned}
 T &= (127 + 273) \text{ К} \\
 &= 400 \text{ К} \\
 p &= 831 \text{ кПа} \\
 &= 8,31 \cdot 10^5 \text{ Па} \\
 R &= 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \\
 \hline
 \rho &= ?
 \end{aligned}$$

**Розв'язання**

$$M_r(\text{H}_2) = 2 \text{ а. о. м.} \quad M = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

Рівняння Менделєєва – Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT}$$

$$[\rho] = \frac{\frac{\text{Па} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \text{К}}}{\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} = \frac{\text{Па} \cdot \text{кг}}{\text{Дж}} = \frac{\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{кг}}{\text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho = \frac{8,31 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 400} = 0,5 \left( \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)$$

**Відповідь:**  $\rho = 0,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

4. У приміщені об'ємом 100 м<sup>3</sup> після роботи обігрівача температура повітря збільшилася від 17 °С до 22 °С. Яка маса повітря, що вийшло з кімнати? Атмосферний тиск 10<sup>5</sup> Па.

**Дано:**

$$\begin{aligned}
 V &= 10^2 \text{ м}^3 \\
 T_1 &= (17 + 273) \text{ К} \\
 &= 290 \text{ К} \\
 T_2 &= (22 + 273) \text{ К} \\
 &= 295 \text{ К} \\
 p &= 10^5 \text{ Па} \\
 R &= 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \\
 M &= 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \\
 \hline
 \Delta m &= ?
 \end{aligned}$$

**Розв'язання**

Запишемо рівняння Менделєєва – Клапейрона для двох станів повітря:

$$pV = \frac{m_1}{M} RT_1 \Rightarrow m_1 = \frac{pVM}{RT_1}$$

$$pV = \frac{m_2}{M} RT_2 \Rightarrow m_2 = \frac{pVM}{RT_2}$$

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{pVM}{RT_1} - \frac{pVM}{RT_2} = \frac{pVM}{R} \cdot \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

$$[\Delta m] = \frac{\frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \left( \frac{1}{\text{К}} - \frac{1}{\text{К}} \right)}}{\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} = \frac{\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг}}{\text{Дж}} = \text{кг}$$

$$\Delta m = \frac{10^5 \cdot 10^2 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31} \cdot \left( \frac{1}{290} - \frac{1}{295} \right) \approx 2 \text{ (кг)}$$

**Відповідь:**  $\Delta m \approx 2 \text{ кг}$ .