

Закон всесвітнього тяжіння. Сила тяжіння. Прискорення вільного падіння

Ми знаємо, що планети, зокрема Земля, обертаються навколо Сонця. Сонце притягує планети. Земля притягує Місяць, утримуючи його на орбіті.

Від чого залежить сила взаємного притягання між небесними тілами?

Чи тільки небесні тіла можуть взаємодіяти?

Гравітаційна взаємодія

Гравітаційна взаємодія – взаємодія, яка є властивою всім тілам у Всесвіті й виявляється в їхньому взаємному притяганні одне до одного.

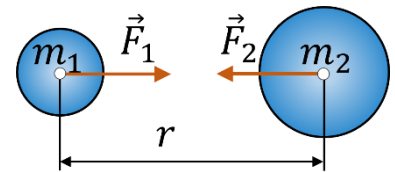
Гравітаційна взаємодія здійснюється за допомогою особливого виду матерії – **гравітаційного поля** (існує навколо будь-якого тіла: зорі, планети, людини, книжки, молекули, атома).

Закон всесвітнього тяжіння

До XVII ст. вчені вважали, що тільки Земля має особливу властивість притягувати до себе всі тіла, що перебувають поблизу її поверхні. У 1667 р. Ньютон висловив дивне для тих часів твердження, що між усіма тілами діють сили взаємного притягання та сформулював закон всесвітнього тяжіння.

Закон всесвітнього тяжіння:

Між будь-якими двома тілами діють сили гравітаційного притягання, які прямо пропорційні добутку мас цих тіл і обернено пропорційні квадрату відстані між ними.



$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G – гравітаційна стала

Гравітаційну сталу вперше виміряв англійський учений Генрі Кавендіш у 1798 р. за допомогою крутильних терезів:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

Гравітаційна стала чисельно дорівнює силі, з якою дві матеріальні точки масою 1 кг кожна взаємодіють на відстані 1 м одна від одної (якщо $m_1 = m_2 = 1$ кг, а $r = 1$ м, то $F = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н).

Завдяки закону всесвітнього тяжіння:

- описують рух природних і штучних тіл у Сонячній системі;
- описують рух подвійних зір, зоряних скупчень;
- обчислюють маси небесних тіл;
- визначають характер руху небесних тіл, будову, еволюцію.

Сила тяжіння

Сила тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}$ – сила, з якою Земля (або інше астрономічне тіло) притягує до себе тіла, що перебувають на її поверхні або поблизу неї.

$$F_{\text{тяж}} = G \frac{mM_3}{r^2}, \quad \text{або} \quad F_{\text{тяж}} = G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2}$$

G – гравітаційна стала;

m – маса тіла;

M_3 – маса Землі;

$r = R_3 + h$ – відстань від центра Землі до тіла.

4. Прискорення вільного падіння

Вільне падіння – це рух тіла лише під дією сили тяжіння (за умови, що опір повітря незначний і на тіло не діють інші сили).

Прискорення вільного падіння можна визначити, застосувавши другий закон Ньютона:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_{\text{тяж}}}{m}$$

Як і сила тяжіння, прискорення вільного падіння завжди напрямлене вертикально вниз ($\vec{g} \uparrow \vec{F}_{\text{тяж}}$) незалежно від того, в якому напрямку рухається тіло.

Маємо дві формули для визначення модуля сили тяжіння:

$$\begin{aligned} F_{\text{тяж}} &= mg & F_{\text{тяж}} &= G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2} \\ mg &= G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2} & \Rightarrow & \quad g = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2} \end{aligned}$$

Аналіз останньої формули:

1. *Прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла* (довів Г. Галілей).

2. *Прискорення вільного падіння зменшується в разі збільшення висоти h тіла над поверхнею Землі*, причому помітна зміна відбувається, якщо h становить десятки й сотні кілометрів (на висоті $h = 100$ км прискорення вільного падіння зменшиться лише на $0,3 \text{ м/с}^2$).

3. Якщо тіло перебуває на поверхні Землі ($h = 0$) або на висоті кількох кілометрів ($h \ll R_3$):

$$g = G \frac{M_3}{R_3^2} \approx 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Через обертання Землі, а також через те, що форма Землі – еліпсоїд (екваторіальний радіус Землі більший за полярний на 21 км), прискорення вільного падіння залежить від географічної широти місцевості.

1. З якою силою притягується до станції масою 180 т транспортний космічний корабель масою 9 т у разі, якщо корабель перебуває на відстані 50 м від станції?

Дано:

$$m_1 = 180 \text{ т}$$

$$= 180 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$m_2 = 9 \text{ т}$$

$$= 9 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$r = 50 \text{ м}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$F = ?$$

Розв'язання

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$[F] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{\text{кг} \cdot \text{кг}}{\text{м}^2} = \text{Н}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{180 \cdot 10^3 \cdot 9 \cdot 10^3}{50^2} = \frac{10805 \cdot 10^{-5}}{2500}$$

$$\approx 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ (Н)}$$

Відповідь: $F = 43 \text{ мкН}$.

2. У порту на відстані 200 м один від одного стоять два танкери, маса одного з них становить 150 000 т. Визначте масу іншого, якщо сила гравітаційного притягування між ними становить 20 Н.

Дано:

$$r = 2 \cdot 10^2 \text{ м}$$

$$m_1 = 150000 \text{ т}$$

$$= 15 \cdot 10^7 \text{ кг}$$

$$F = 20 \text{ Н}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$m_2 = ?$$

Розв'язання

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow m_2 = \frac{F r^2}{G m_1}$$

$$[m_2] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} = \text{кг}$$

$$m_2 = \frac{20 \cdot (2 \cdot 10^2)^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 15 \cdot 10^7} = \frac{80 \cdot 10^4}{100 \cdot 10^{-4}}$$

$$= 0,8 \cdot 10^8 \text{ (кг)}$$

Відповідь: $m_2 = 80000 \text{ т}$.

3. Визначте прискорення вільного падіння на Меркурії, маса якого становить $3,36 \cdot 10^{23} \text{ кг}$, а радіус – 2440 км.

Дано:

$$M_{\text{Мер.}} = 3,36 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$R_{\text{Мер.}} = 2440 \text{ км}$$

$$= 2,44 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$g_{\text{Мер.}} = ?$$

Розв'язання

$$g_{\text{Мер.}} = G \frac{M_{\text{Мер.}}}{R_{\text{Мер.}}^2} \quad [g_{\text{Мер.}}] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$g_{\text{Мер.}} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3,36 \cdot 10^{23}}{(2,44 \cdot 10^6)^2} = \frac{22,4 \cdot 10^{12}}{5,95 \cdot 10^{12}}$$

$$= 3,76 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

Відповідь: $g_{\text{М}} = 3,76 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.