

Механічні властивості твердих тіл

Що відбудеться якщо:

- на пружинний амортизатор подіяти з певною силою? (під дією сили пружина стиснеться (розтягнеться) – її довжина зменшиться (збільшиться))
- пом'яти в руці шматочок пластиліну? (зміниться його форма)
- натягти тятиву лука? (одночасно зміняться її розміри та форма)

Деформація. Види деформації

Деформація – це зміна форми та (або) розмірів тіла.

- Яка причина виникнення деформації?

Причина виникнення деформації полягає в тому, що під дією сил, прикладених до тіла, його різні частини рухаються по-різному й у результаті частини тіла зміщуються одна відносно одної.

Якщо після припинення дії зовнішніх сил тіло повністю відновило свої форму і розміри, то воно зазнало *пружної деформації*; якщо форма і розміри не відновилися, тіло зазнало *пластичної деформації*.

За характером зміщення частин тіла одна відносно одної розрізняють деформації *розтягнення, стиснення, зсуву, вигину, кручення*.

Деформація розтягнення. Якщо ж тіло розтягувати, то під дією руки відстань між шарами молекул збільшиться і тіло знову змінить свої розміри. Її зазнають *троси, канати, ланцюги в піднімальних пристроях, стяжки між вагонами*.

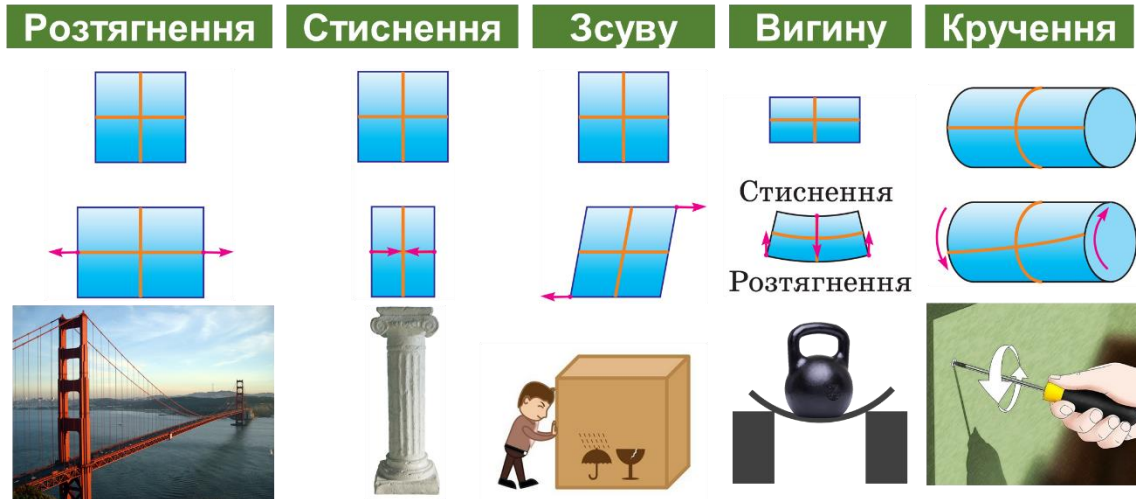
Деформація стиснення. При стисканні твердого тіла зміщуються в напрямку дії сили шари його молекул, у результаті чого розміри тіла зменшуються. Її зазнають *стовпи, ніжки столів і стільців, фундаменти будинків*.

Деформація зсуву. Шари молекул зсунуться один відносно одного, а саме тіло змінює свою форму. Її зазнають *цвяхи та болти, які скріплюють частини різних конструкцій; тканина, яку розрізають ножицями*.

Деформація вигину (водночас деформація розтягнення та стиснення). На опуклому боці тіла відстань між шарами молекул збільшується, тобто ця частина тіла зазнає деформації розтягнення. На ввігнутому боці тіла відстань між шарами молекул зменшується – ця частина тіла зазнає деформації стиснення. Середні шари не зазнають ані розтягнення, ані стиснення, а отже, не впливають на міцність конструкції. Саме тому зазвичай їх видаляють, замінюючи *стрижні порожніми трубами (рама велосипеда, трубчасті кінцівки кісток, трубчасті стебла злаків)*.

Деформація кручення. Зсув шарів молекул відбуватиметься неоднаково – кожний шар буде повертатися на певний кут відносно іншого шару. Її зазнають *вали всіх машин, гвинти, ключі, викрутки*.

Види деформації



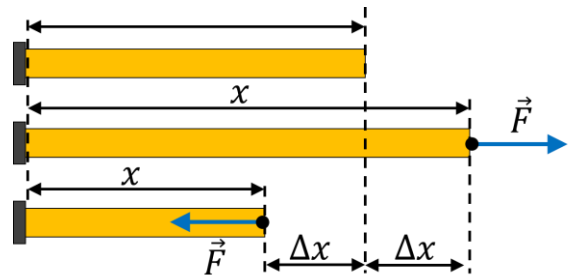
Механічна напруга

Видовження Δx – це фізична величина, яка дорівнює зміні довжини тіла при деформації розтягнення або стиснення:

$$\Delta x = x - x_0$$

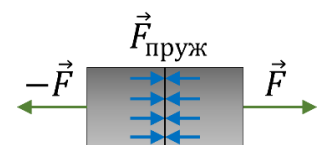
Відносне видовження ε – це фізична величина, яка дорівнює відношенню видовження Δx до початкової довжини тіла x_0 :

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0} \quad \text{або} \quad \varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0} \cdot 100\%$$



Механічна напруга σ – це фізична величина, яка характеризує деформоване тіло й дорівнює відношенню модуля сили пружності $F_{\text{пруж}}$ до площі S поперечного перерізу тіла.

$$\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S} \quad [\sigma] = \text{Па} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$$



Модулі Юнга для деяких матеріалів

Матеріал	Модуль Юнга $E, \times 10^9 \text{Па}$
Алюміній	63–70
Бетон	15–40
Каучук	$7,9 \cdot 10^{-3}$
Мідь (лиття)	82
Срібло	82,7
Скло	49–78
Чавун ковкий	150

Закон Гука:

У випадку малих пружних деформацій розтягнення та стиснення механічна напруга прямо пропорційна відносному видовженню.

$$\sigma = E|\varepsilon|$$

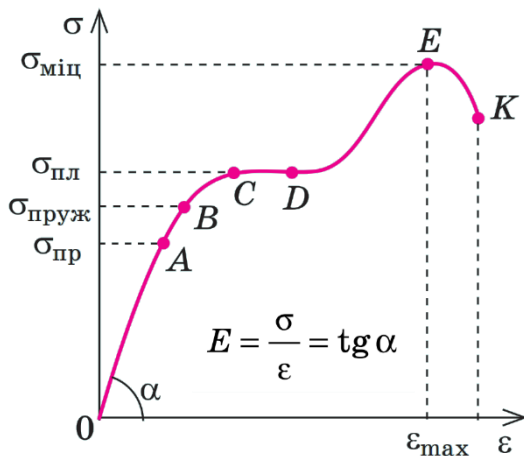
$[E] = \text{Па}$ – Модуль Юнга характеризує пружні властивості матеріалу; його визначають експериментально та фіксують у таблицях.

Жорсткість тіла залежить від пружних властивостей матеріалу, з якого виготовлене тіло, і від геометричних параметрів тіла.

$$\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S} \quad \sigma = E|\varepsilon| \quad \varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0}$$

$$\frac{F_{\text{пруж}}}{S} = E \frac{|\Delta x|}{x_0}$$

$$F_{\text{пруж}} = \frac{ES}{x_0} |\Delta x| = k |\Delta x| \quad \Rightarrow \quad k = \frac{ES}{x_0}$$



Діаграма напруг

$\sigma_{\text{пр}}$ – *межа пропорційності* – найбільша напруга, за якої виконується закон Гука.

$\sigma_{\text{пруж}}$ – *межа пружності* – найбільша напруга, за якої деформація залишається пружною.

$\sigma_{\text{пл}}$ – *межа плинності* – напруга, за якої зразок починає подовжуватися без збільшення навантаження.

$\sigma_{\text{міц}}$ – *межа міцності* – найбільша напруга, у разі перевищення якої зразок руйнується.

OAB – ділянка пружних деформацій; BC –

ділянка пластичних деформацій;

CD – ділянка плинності матеріалу; EK – руйнування зразка

Пружність, пластичність, крихкість

Пружні матеріали: матеріали, які виявляють пружні властивості за порівняно великих деформацій або за досить тривалої дії.

Пластичні матеріали: матеріали, в яких пружна деформація переходить у пластичну за незначних деформацій.

Крихкі матеріали: Матеріали, які руйнуються за дуже малих деформацій і майже не виявляють пластичних властивостей.

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Яка механічна напруга виникає у рейці з площею поперечного перерізу 8 см^2 під дією сили 100 Н ?

Дано:

$$S = 8 \text{ см}^2 \\ = 8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$F = 10^2 \text{ Н}$$

$\sigma = ?$

Розв'язання

$$\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S}$$

За III законом Ньютона: $F_{\text{пруж}} = F$

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad [\sigma] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$$

$$\sigma = \frac{10^2}{8 \cdot 10^{-4}} = 1,25 \cdot 10^5 (\text{Па})$$

Відповідь: $\sigma = 125 \text{ кПа}$.

2. Визначте механічну напругу, яка виникла у сталевому тросі, якщо його відносне видовження становить $0,003$. Модуль Юнга вважайте рівним 206 ГПа .

Дано:

$$\varepsilon = 3 \cdot 10^{-3}$$

$$E = 206 \text{ ГПа}$$

$$= 2,06 \cdot 10^{11} \text{ Па}$$

Розв'язання

$$\sigma = E |\varepsilon| \quad [\sigma] = \text{Па}$$

$$\sigma = 2,06 \cdot 10^{11} \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 618 \cdot 10^6 (\text{Па})$$

$\sigma - ?$

Відповідь: $\sigma = 618 \text{ МПа}$.

3. Яка механічна напруга виникає в шийці гака підйомного крана під час рівномірного піднімання вантажу масою 6 т? Діаметр шийки гака 28 мм.

Дано:

$$m = 6 \text{ т} = 6 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$d = 28 \text{ мм}$$

$$= 28 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$\sigma - ?$

Розв'язання

$$\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S}$$

За третім законом Ньютона, тіла діють з однаковими за модулем силами:

$$F_{\text{пруж}} = F_{\text{тяж}} = mg$$

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\sigma = \frac{4mg}{\pi d^2}$$

$$[\sigma] = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$$

$$\sigma = \frac{4 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 10}{3,14 \cdot (28 \cdot 10^{-3})^2} \approx 10^8 \text{ (Па)}$$

Відповідь: $\sigma \approx 10^8 \text{ Па}$.

4. Циліндр, площа перерізу якого 2 см^2 , під дією вантажу масою 1,05 т стиснувся на 0,025 % початкової довжини. Визначте модуль Юнга матеріалу, з якого виготовлено брусок.

Дано:

$$S = 2 \text{ см}^2$$

$$= 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$m = 1,05 \text{ т}$$

$$= 1,05 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$\varepsilon = 0,025 \%$$

$$= 2,5 \cdot 10^{-4}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$E - ?$

Розв'язання

$$\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S}$$

$$F_{\text{пруж}} = F_{\text{тяж}} = mg$$

$$\sigma = E|\varepsilon| \quad \frac{mg}{S} = E|\varepsilon|$$

$$E = \frac{mg}{S|\varepsilon|} \quad [E] = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$$

$$E = \frac{1,05 \cdot 10^3 \cdot 10}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}} = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ (Па)}$$

Відповідь: $E = 210 \text{ ГПа}$.

5. На скількох палях діаметром 12 см можна розмістити платформу масою 300 т, якщо допустима напруга на стиск становить 10 МПа?

Дано:

$$d = 12 \text{ см}$$

$$= 12 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$m = 300 \text{ т}$$

$$= 3 \cdot 10^5 \text{ кг}$$

$$\sigma = 10 \text{ МПа}$$

$$= 10^7 \text{ Па}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Розв'язання

$$\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S}$$

За третім законом Ньютона, тіла діють з однаковими за модулем силами:

$$F_{\text{пруж}} = F_{\text{тяж}} = mg$$

$$S = N\pi r^2 = \frac{N\pi d^2}{4}$$

$N - ?$

$$\sigma = \frac{4mg}{N\pi d^2} \Rightarrow N = \frac{4mg}{\sigma\pi d^2}$$

$$N = \frac{\frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{Па} \cdot \text{м}^2}} = \frac{\text{Н}}{\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^2} = 1$$

$$N = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 10}{10^7 \cdot 3,14 \cdot (12 \cdot 10^{-2})^2} \approx 26$$

Відповідь: $N \approx 26$.

6. Для виготовлення попередньо напруженого залізобетону сталеві арматурні стрижні довжиною $x_0 = 6$ м і діаметром $d = 20$ мм видовжують на $\Delta x = 2$ мм. Яку силу для цього необхідно прикласти? Модуль Юнга вважайте рівним 220 ГПа.

Дано:

$$x_0 = 6 \text{ м}$$

$$d = 20 \text{ мм}$$

$$= 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\Delta x = 2 \text{ мм}$$

$$= 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$E = 220 \text{ ГПа}$$

$$= 2,2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$$

$$F - ?$$

Розв'язання

$$\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4F}{\pi d^2} \quad \sigma = E|\varepsilon| = E \frac{\Delta x}{x_0}$$

$$\frac{4F}{\pi d^2} = E \frac{\Delta x}{x_0} \Rightarrow F = \frac{E \Delta x \pi d^2}{4 x_0}$$

$$[F] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2}{\text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^2 = \text{Н}$$

$$F = \frac{2,2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}{4 \cdot 6} \approx 2,3 \cdot 10^4 (\text{Н})$$

Відповідь: $F \approx 23 \text{ кН}$.