

Закони додавання переміщень і швидкостей

Чи траплялося вам перепливати річку зі швидкою течією? (Ні? Тоді повірте, що дуже важко перепливти її так, щоб потрапити на протилежний берег прямо навпроти місця запливу)

Хтось із вас намагався спуститися ескалатором, що рухається вгору? (Теж складно. Набагато швидше спуститися, якщо напрямом вашого руху збігається з напрямком руху ескалатора. У кожному з наведених прикладів людина бере участь водночас у двох рухах.)

Як при цьому розрахувати переміщення та швидкість руху?

ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

Швидкість руху тіла відносно різних систем відліку

Розглянемо рух тіла в різних системах відліку (СВ).

Нехай таким тілом буде *собака*, який рухається рівномірно прямолінійно по плоту, що пливе річкою.

Швидкість руху плоту дорівнює швидкості течії річки.

За рухом собаки стежать два спостерігачі, один із яких (*рибалка*) перебуває на березі, другий (*господар собаки*) – на плоту. Обидва спостерігачі вимірюють переміщення собаки та час його руху. Час руху собаки для обох спостерігачів однаковий, а от переміщення відрізнятимуться. Припустимо, що за якийсь час t собака перебіг на інший край плоту.

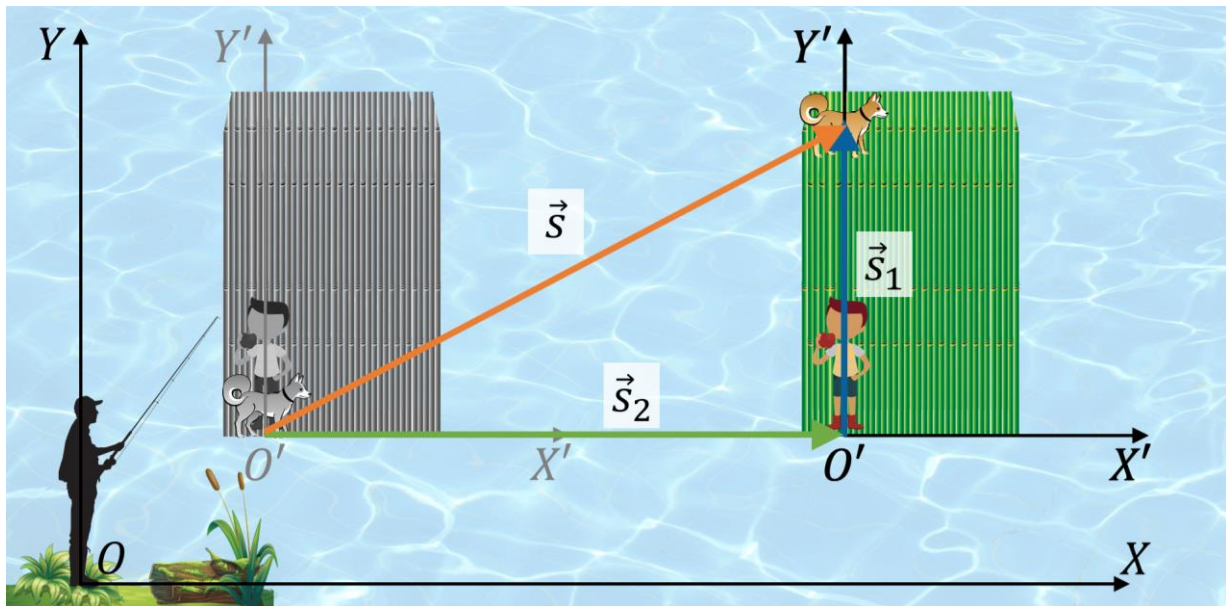
Переміщення $\vec{s}_1$, яке здійснив собака відносно плоту (і яке виміряв господар собаки), дорівнює за модулем ширині плоту і напрямлене перпендикулярно до течії річки.

Переміщення $\vec{s}$, здійснене собакою відносно берега (і яке виміряв рибалка) і напрямлене під певним кутом до течії річки.

Власне пліт за цей час змістився за течією і здійснив переміщення $\vec{s}_2$ відносно берега.

З рисунку бачимо: $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$

Пов'яжемо з берегом систему координат XOY – отримаємо *нерухому систему відліку*. Із плотом пов'яжемо систему координат $X'O'Y'$ – отримаємо *рухому систему відліку*.



Закон додавання переміщень:

Переміщення $\vec{s}$ тіла в нерухомій системі відліку дорівнює геометричній сумі переміщення $\vec{s}_1$ тіла в рухомій системі відліку та переміщення $\vec{s}_2$ рухомої системи відліку відносно нерухомої:

$$\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$$

Поділивши обидві частини рівняння на час руху, маємо:

$$\frac{\vec{s}}{t} = \frac{\vec{s}_1}{t} + \frac{\vec{s}_2}{t} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

$\frac{\vec{s}}{t} = \vec{v}$ – швидкість руху тіла в нерухомій СВ

$\frac{\vec{s}_1}{t} = \vec{v}_1$ – швидкість руху тіла в рухомій СВ

$\frac{\vec{s}_2}{t} = \vec{v}_2$ – швидкість руху рухомої СВ відносно нерухомої СВ.

Закон додавання швидкостей:

Швидкість $\vec{v}$ руху тіла в нерухомій системі відліку дорівнює геометричній сумі швидкості $\vec{v}_1$ руху тіла в рухомій системі відліку та швидкості $\vec{v}_2$ руху рухомої системи відліку відносно нерухомої:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

Зверніть увагу! Оскільки рух і спокій є відносними, то в наведеному вище прикладі як нерухому СВ можна було обрати й СВ, пов'язану з плотом. У такому разі СВ, пов'язана з берегом, була б рухомою, а напрямок її руху був би протилежним напрямку течії.

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ВПРАВ

1. Річкою проти течії, швидкість якої 0,5 м/с, пливе човен, швидкість руху якого відносно води 4,5 м/с. Визначте швидкість руху човна відносно берега. Який шлях відносно берега він подолає за 5 хв?

Дано:

$$v_T = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Розв'язання

$$v_q = 4,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$t = 5 \text{ хв} = 300 \text{ с}$$

$$v = ?$$

$$l = ?$$

Закон додавання швидкостей: Швидкість руху тіла в нерухомій системі відліку дорівнює геометричній сумі швидкості руху тіла в рухомій системі відліку та швидкості руху рухомої системи відліку відносно нерухомої:

$$\vec{v} = \vec{v}_q + \vec{v}_T$$

Якщо човен рухається проти течії, то

$$v = v_q - v_T$$

$$v = 4,5 - 0,5 = 4 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

$$l = vt \quad [l] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{с} = \text{м} \quad l = 4 \cdot 300 = 1200 \text{ (м)}$$

Відповідь: $v = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $l = 1,2 \text{ км}$.

2. Літак летить на південь зі швидкістю 540 км/год відносно повітря крізь повітряний потік, що рухається на схід зі швидкістю 250 км/год. Який шлях відносно Землі пролетить літак за 15 хв?

Дано:

$$v_1 = 540 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

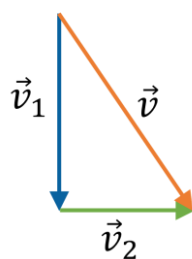
$$v_2 = 250 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$t = 15 \text{ хв}$$

$$= 0,25 \text{ год}$$

$$l = ?$$

Розв'язання



Знайдемо швидкість літака відносно Землі:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

Модуль швидкості руху літака відносно Землі знайдемо за теоремою Піфагора:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

$$l = vt = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \cdot t \quad [l] = \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot \text{год} = \text{км}$$

$$l = \sqrt{540^2 + 250^2} \cdot 0,25 = \sqrt{354100} \cdot 0,25 = 595 \cdot 0,25 \approx 149 \text{ (км)}$$

Відповідь: $l = 149 \text{ км}$.

3. Крилата насінина набуває постійної швидкості падіння, що дорівнює 0,3 м/с, практично відразу після початку падіння з верхівки дерева. На якій відстані від основи дерева впаде насінина, якщо швидкість вітру спрямована горизонтально та дорівнює 1 м/с, а висота дерева становить 50 м? Яким є переміщення насінини відносно поверхні Землі?

Дано:

$$v_H = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_B = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Розв'язання

Знайдемо час, за який насінина впаде на Землю:

$$t = \frac{h}{v_H}$$

$$h = 50 \text{ м}$$

$$l = ?$$

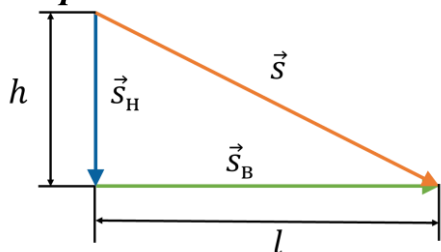
$$s = ?$$

За цей час вітер віднесе насінину на певну відстань:

$$l = v_B t = v_B \cdot \frac{h}{v_H} \quad [l] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{с}}} = \text{м}$$

$$l = 1 \cdot \frac{50}{0,3} \approx 167 \text{ (м)}$$

1 варіант



Знайдемо переміщення насінини відносно Землі:

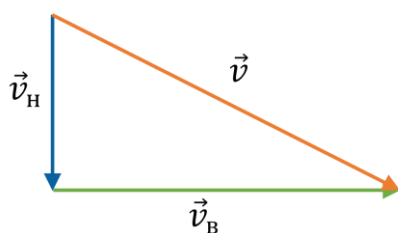
$$\vec{s} = \vec{s}_H + \vec{s}_B$$

Модуль переміщення знайдемо за теоремою Піфагора:

$$s = \sqrt{s_H^2 + s_B^2} = \sqrt{h^2 + l^2}$$

$$s = \sqrt{50^2 + 167^2} = \sqrt{2500 + 27889} = \sqrt{30389} \approx 174 \text{ (м)}$$

2 варіант



Знайдемо швидкість насінини відносно Землі:

$$\vec{v} = \vec{v}_H + \vec{v}_B$$

Модуль швидкості руху знайдемо за теоремою

Піфагора:

$$v = \sqrt{v_H^2 + v_B^2}$$

$$s = vt = \sqrt{v_H^2 + v_B^2} \cdot \frac{h}{v_H} \quad [s] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{с}}} = \text{м}$$

$$s = \sqrt{0,3^2 + 1^2} \cdot \frac{50}{0,3} = \sqrt{1,09} \cdot 167 = 1,04 \cdot 167 \approx 174 \text{ (м)}$$

Відповідь: $l \approx 167 \text{ м}$; $s \approx 174 \text{ м}$.

4. Між двома пунктами, які розташовані на відстані 100 км один від одного, річкою курсує катер, який долає цю відстань за 4 год, якщо пливе за течією, і за 10 год – якщо проти течії. Визначте швидкість течії та швидкість руху катера відносно води.

Дано:

$$l = 100 \text{ км}$$

$$t_{\text{за т.}} = 4 \text{ год}$$

$$t_{\text{проти т.}} = 10 \text{ год}$$

Розв'язання

Закон додавання швидкостей:

$$\vec{v} = \vec{v}_K + \vec{v}_T$$

$$v_T = ?$$

$$v_K = ?$$

Якщо катер рухається за течією, то

$$v_{\text{за т.}} = v_K + v_T$$

Якщо катер рухається проти течії, то

$$v_{\text{проти т.}} = v_K - v_T$$

$$v_{\text{за т.}} + v_{\text{проти т.}} = 2v_K$$

$$v_{\text{за т.}} = \frac{l}{t_{\text{за т.}}} \quad v_{\text{проти т.}} = \frac{l}{t_{\text{проти т.}}}$$

$$\frac{l}{t_{\text{за т.}}} + \frac{l}{t_{\text{проти т.}}} = 2v_K \Rightarrow v_K = \frac{l}{2} \cdot \left(\frac{1}{t_{\text{за т.}}} + \frac{1}{t_{\text{проти т.}}} \right)$$

$$[v_K] = \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot \left(\frac{1}{\text{год}} + \frac{1}{\text{год}} \right) = \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$v_K = \frac{100}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{10} \right) = 50 \cdot 0,35 = 17,5 \left(\frac{\text{км}}{\text{год}} \right)$$

$$\frac{l}{t_{\text{за т.}}} = v_K + v_T \Rightarrow v_T = \frac{l}{t_{\text{за т.}}} - v_K$$

$$[v_T] = \frac{\text{км}}{\text{год}} - \frac{\text{км}}{\text{год}} = \frac{\text{км}}{\text{год}} \quad v_T = \frac{100}{4} - 17,5 = 7,5 \left(\frac{\text{км}}{\text{год}} \right)$$

Відповідь: $v_T = 7,5 \frac{\text{км}}{\text{год}}; v_K = 17,5 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$

5. Ескалатор метро рухається зі швидкістю 0,75 м/с. За який час пасажир підніметься по ескалатору завдовжки 50 м, якщо він іде в напрямку його руху зі швидкістю 0,25 м/с відносно стрічки ескалатора?

Дано:

$$v_e = 0,75 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$s = 50 \text{ м}$$

$$v_{\text{л}} = 0,25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$t = ?$$

Розв'язання

Закон додавання швидкостей:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\text{л}} + \vec{v}_e$$

Якщо пасажир іде в напрямку руху ескалатора, то

$$v = v_{\text{л}} + v_e$$

Відстань, яку необхідно подолати:

$$s = vt = (v_{\text{л}} + v_e)t$$

$$t = \frac{s}{v_{\text{л}} + v_e} \Rightarrow [t] = \frac{\text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{\text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{с}}} = \text{с}$$

$$t = \frac{50}{0,25 + 0,75} = 50 \text{ (с)}$$

Відповідь: $t = 50 \text{ с.}$