

Рівноприскорений прямолінійний рух. Прискорення

Під час руху швидкість може змінюватися дуже стрімко (рух кулі в рушниці, старт ракети, розбіг літака) і порівняно повільно (початок руху потяга, гальмування автобуса).

- Як охарактеризувати стрімкість зміни швидкості?

ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

Рівноприскорений прямолінійний рух

Рівноприскорений прямолінійний рух – це прямолінійний рух, під час якого швидкість руху тіла за будь-які рівні інтервали часу змінюється однаково. (рух із незмінним прискоренням)

$$\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \text{const}$$

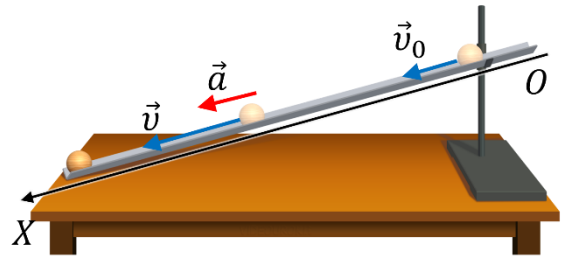
Прискорення $\vec{a}$ – це векторна фізична величина, яка характеризує швидкість зміни швидкості руху тіла й дорівнює відношенню зміни швидкості руху тіла до інтервалу часу, за який ця зміна відбулася.

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$$

$\vec{a}$ – прискорення руху тіла;

$\vec{v}_0$ – початкова швидкість руху тіла (в момент початку відліку часу);

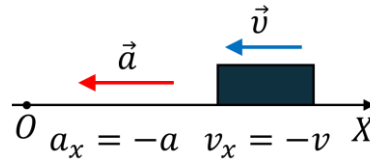
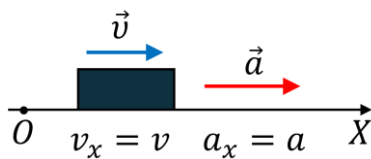
$\vec{v}$ – швидкість руху тіла через інтервал часу t .



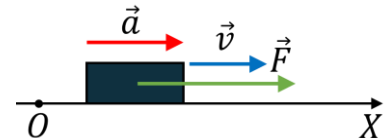
Одиниця прискорення в СІ – метр на секунду в квадраті: $[a] = \frac{1 \text{ м/с}}{\text{с}} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Формула, записана в проекціях на вісь координат (наприклад, на вісь ОХ):

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$$

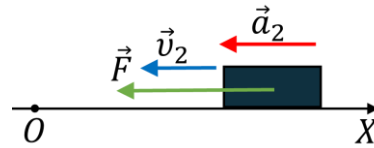
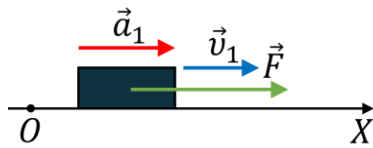


Напрямок прискорення руху тіла збігається з напрямком рівнодійної сил, які діють на тіло.

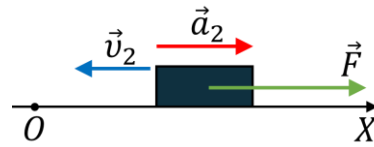
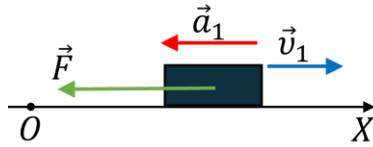


- Як рухається тіло, якщо напрямок його прискорення: а) збігається з напрямком руху? б) протилежний напрямку руху? в) якщо прискорення тіла дорівнює нулю?

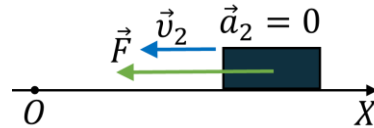
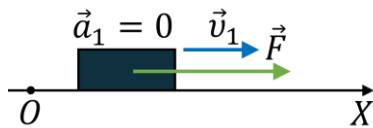
а) Якщо прискорення напрямлене в бік руху тіла, швидкість руху тіла збільшується (рівнодійна $\vec{F}$ «підштовхує» та розганяє тіло).



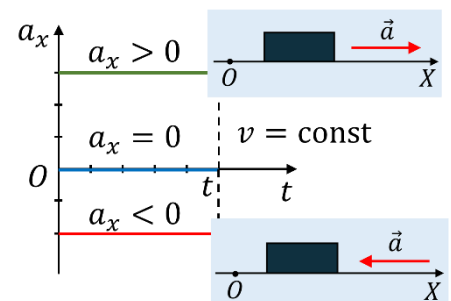
б) Якщо прискорення напрямлене протилежно до руху тіла, швидкість руху тіла зменшується (рівнодійна $\vec{F}$ «заважає» рухові та сповільнює його).



в) Якщо прискорення дорівнює нулю, швидкість руху тіла не змінюється ані за значенням, ані за напрямком ($\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0$), тобто тіло рухається рівномірно прямолінійно.



У разі рівноприскореного руху прискорення залишається незмінним, тому графік проекції прискорення (графік залежності $a_x(t)$) – відрізок прямої, паралельної осі часу.



Швидкість рівноприскореного прямолінійного руху

• Як визначити швидкість в будь-який момент часу при рівноприскореному прямолінійному русі?

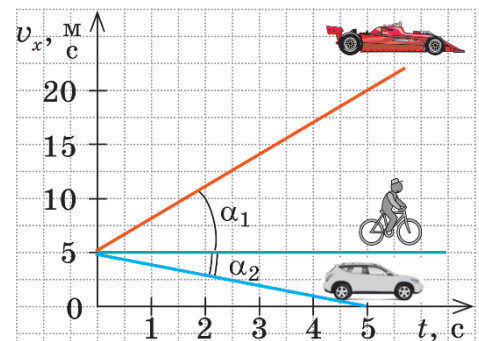
$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

Формула, записана в проекціях на вісь OX (спрямуємо вздовж траєкторії руху тіла):

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

Графіки залежності $v_x(t)$ для рівноприскореного прямолінійного руху це відрізок прямої, нахиленої під певним кутом до осі часу.

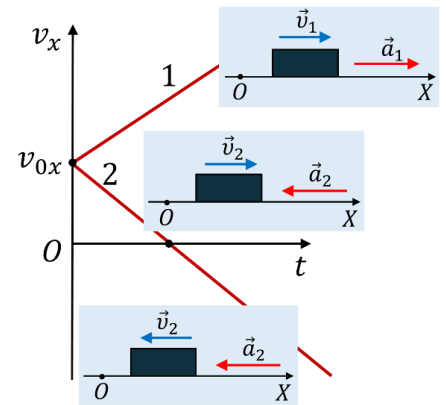
Тіло 1 весь час збільшує швидкість свого руху: $\vec{a}_1 \uparrow \vec{v}_1$.



Тіло 2 спочатку сповільнює свій рух: $\vec{a}_2 \uparrow \vec{v}_2$, потім зупиняється (точка розвороту – час, коли напрямок руху тіла змінився на протилежний), після чого набирає швидкість, рухаючись у протилежному напрямку, оскільки $\vec{a}_2 \uparrow \vec{v}_2$

- Яке із тіл рухається з більшим прискоренням?

Чим більшим є прискорення руху тіла, тим більше кут α нахилу графіка проекції швидкості до осі часу. Болід рухається з більшим прискоренням, ніж автомобіль, тому $\alpha_1 > \alpha_2$. Прискорення руху велосипедиста дорівнює нулю.

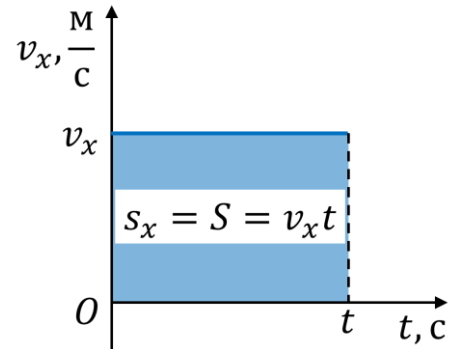


Переміщення під час рівноприскореного руху

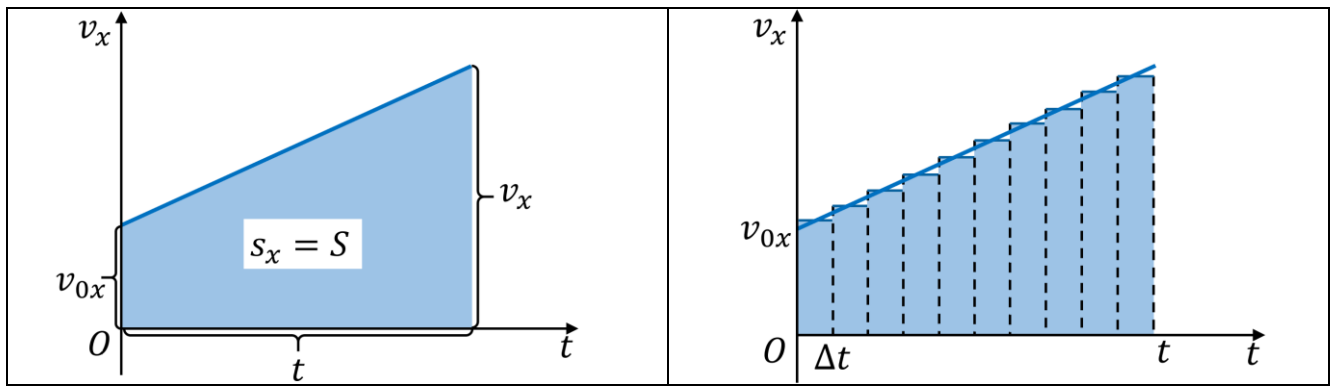
Ми знаємо із 9 класу:

Для будь-якого руху проекція переміщення чисельно дорівнює площі фігури під графіком залежності $v_x(t)$.

Розглянемо рівноприскорений рух, за якого початкова швидкість і прискорення мають однаковий напрямок із віссю OX .



1. Розіб'ємо весь час руху тіла на невеликі інтервали часу Δt.	2. Припустимо, що протягом кожного інтервалу часу швидкість руху тіла залишалася незмінною. Загальне переміщення під час такого уявного руху дорівнює сумі площ смужок завширшки Δt, які разом утворюють східчасту фігуру.
4. У результаті нескінченного зменшення інтервалів часу ($\Delta t \rightarrow 0$) східчаста фігура «перетвориться» на трапецію, а переміщення чисельно дорівнюватиме площі цієї трапеції.	3. Якщо зменшити інтервали часу Δt то переміщення, як і раніше, дорівнюватиме площі східчастої фігури, яка поступово набуває вигляду трапеції.



В разі рівноприскореного руху проекція переміщення чисельно дорівнює площі трапеції:

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot t \quad (1)$$

$$\begin{aligned} s_x &= \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot t; & v_x &= v_{0x} + a_x t & \Rightarrow \\ \Rightarrow s_x &= \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2} \cdot t = \frac{2v_{0x} + a_x t}{2} \cdot t = v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2 \end{aligned}$$

Рівняння проекції переміщення:

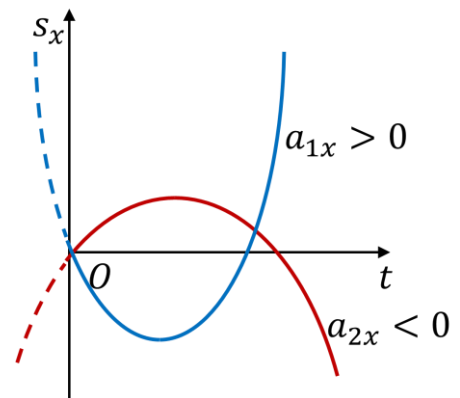
$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2 \quad (2)$$

Графік проекції переміщення в разі рівноприскореного прямолінійного руху – **парабола**.

Якщо $a_x > 0$, то вітки параболи напрямлені вгору.

Якщо $a_x < 0$, то вітки параболи напрямлені вниз

Скориставшись означенням прискорення та формулою (1), можна отримати ще одну формулу для обчислення переміщення.



$$\begin{aligned} a_x &= \frac{v_x - v_{0x}}{t} \Rightarrow t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x} \\ s_x &= \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot t = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot \frac{v_x - v_{0x}}{a_x} = \frac{(v_{0x} + v_x)(v_x - v_{0x})}{2a_x} = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x} \\ s_x &= \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x} \quad (3) \end{aligned}$$

Рівняння координати

Для будь-якого виду руху проекція переміщення і координата пов'язані співвідношенням:

$$x = x_0 + s_x$$

x_0 – початкова координата (координата тіла в момент початку спостереження);

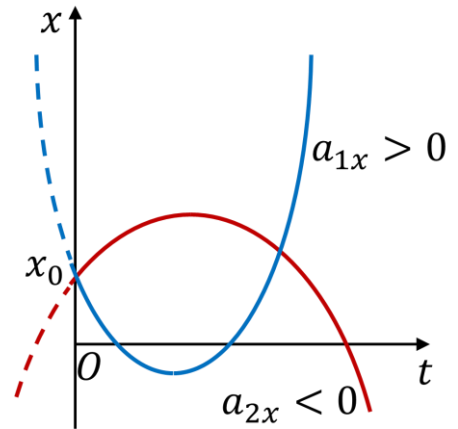
s_x – проекція переміщення.

Для рівноприскореного руху $s_x = v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2$

Рівняння координати для рівноприскореного прямолінійного руху:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2$$

Проаналізувавши останнє рівняння, доходимо висновку, що залежність $x(t)$ є квадратичною, тому **графік координати – парабола**.



РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ВПРАВ

Рух тіл вважайте рівноприскореним прямолінійним.

1. Тролейбус, рухаючись зі швидкістю 18 км/год, зупинився за 4 с. Визначте прискорення його руху та гальмівний шлях троллейбуса.

Дано:

$$v_0 = 18 \frac{\text{км}}{\text{год}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

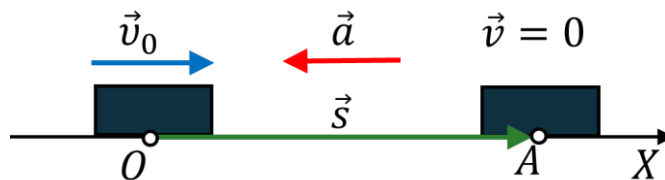
$$v = 0$$

$$t = 4 \text{ с}$$

$$a = ?$$

$$s = ?$$

Розв'язання



$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$$

$$v_{0x} = v_0; \quad v_x = 0; \quad a_x = -a$$

$$-a = \frac{-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{v_0}{t}$$

$$[a] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad a = \frac{5}{4} = 1,25 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2$$

$$s = v_0t - \frac{a}{2}t^2; \quad [s] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{с} + \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{1} \cdot \text{с}^2 = \text{м} + \text{м} = \text{м}$$

$$s = 5 \cdot 4 - \frac{1,25}{2} \cdot 4^2 = 20 - 10 = 10 \text{ (м)}$$

Відповідь: $a = 1,25 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $s = 10 \text{ м}$.

2. Залежність швидкості руху тіла від часу має вигляд: $v_x = 2 + 1,5t$. Визначте параметри руху тіла та охарактеризуйте його.

Дано:

$$v_x = 2 + 1,5t$$

Розв'язання

$$v_{0x} - ?$$

$$a_x - ?$$

Порівняємо задане в умові задачі рівняння з рівнянням швидкості для рівноприскореного прямолінійного руху:

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

$$v_{0x} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad a_x = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Тіло рухається у напрямку координатної осі OX ($v_{0x} > 0$) рівноприскорено ($v_{0x} > 0$; $a_x > 0$, швидкість руху збільшується)

Відповідь: $v_{0x} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}; a_x = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

3. Координата тіла, що рухається, змінюється згідно з рівнянням $x = 8 + 5t - 1,25t^2$. Визначте параметри руху тіла, охарактеризуйте його, запишіть рівняння залежності швидкості руху від часу та побудуйте графік залежності $v_x(t)$.

Дано:

$$x = 8 + 5t - 1,25t^2$$

$$x_0 - ?$$

$$v_{0x} - ?$$

$$a_x - ?$$

$$v_x(t) - ?$$

Розв'язання

Наведене рівняння відповідає рівнянню рівноприскореного прямолінійного руху, яке має вигляд:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2$$

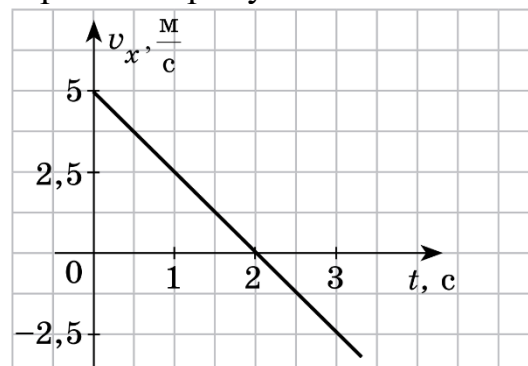
Вважаючи, що всі величини дано в СІ, бачимо, що

$$x_0 = 8 \text{ м}; \quad v_{0x} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad a_x = -2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Формула миттєвої швидкості під час рівноприскореного прямолінійного руху має вигляд:

$$v_x = v_{0x} + a_x t; \quad v_x = 5 - 2,5t$$

Для побудови графіка такого рівняння достатньо знайти координати двох точок цього графіка, позначити ці точки на координатній площині і провести через них пряму.



t, с	$v_x, \frac{\text{м}}{\text{с}}$
0	5
2	0

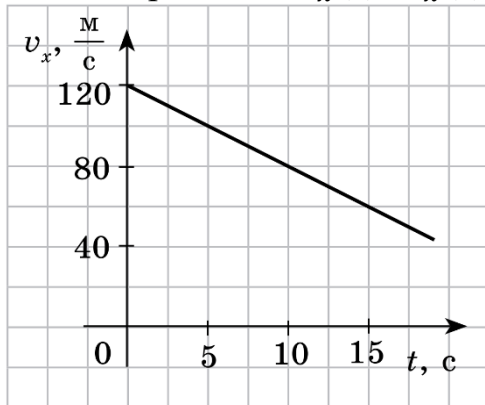
За параметрами руху тіла та графіком швидкості робимо висновок: тіло рухається у напрямку координатної осі

OX ($v_{0x} > 0$)

рівноприскорено ($a_x < 0$); через 2 с

після початку спостереження тіло зупиняється, після чого рухається рівноприскорено ($|v_x|$ лінійно зростає) проти координатної осі ($v_x < 0$).

4. За графіком залежності швидкості від часу, який наведено на рисунку, охарактеризуйте рух тіла, визначте початкову швидкість, прискорення його руху та запишіть рівняння $v_x(t)$, $s_x(t)$.



Розв'язання

$$v_{0x} = 120 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad t = 15 \text{ с}; \quad v_x = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}; \quad a_x = \frac{60 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 120 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{15 \text{ с}} = -4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t; \quad v_x = 120 - 4t$$

$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x}{2} t^2; \quad s_x = 120t - 2t^2$$

Тіло рухається у напрямку координатної осі OX

($v_{0x} > 0$) рівноприскорено ($v_{0x} > 0$; $a_x < 0$, швидкість руху зменшується)

Відповідь: $v_{0x} = 120 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $a_x = -4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $v_x = 120 - 4t$; $s_x = 120t - 2t^2$.