

Швидкість руху. Середня та миттєва швидкості

Назвіть декілька механічних рухів, з якими ви зустрілися зранку.
Чи вистачить вам знань, щоб описати всі із них?
Почнемо із найпростішого – це рівномірний прямолінійний рух.

ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

Рівномірний прямолінійний рух

Рівномірний прямолінійний рух – це такий механічний рух, під час якого тіло за будь-які рівні інтервали часу здійснює однакові переміщення.

(Наприклад, рух автомобіля на прямолінійній ділянці дороги (без розгону та гальмування), усталене падіння кульки в рідині)

Висновки (випливає з означення):

- для опису цього руху достатньо скористатись одновимірною системою координат, адже траєкторія руху – пряма;

- відношення переміщення $\vec{s}$ до інтервалу часу t , за який це переміщення відбулося, для такого руху є незмінною величиною, адже за рівні інтервали часу тіло здійснює однакові переміщення.

Швидкість рівномірного прямолінійного руху тіла – це векторна фізична величина, яка дорівнює відношенню переміщення $\vec{s}$ до інтервалу часу t , за який це переміщення відбулося.

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$$

Напрямок вектора швидкості руху збігається з напрямком переміщення тіла.

Модуль і проекцію швидкості визначають за формулами:

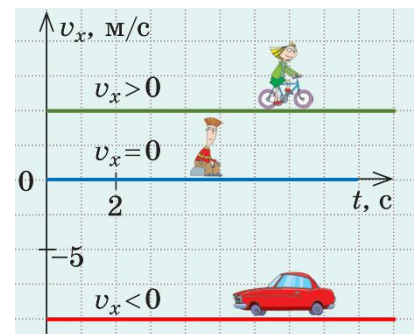
$$v = \frac{s}{t} \qquad v_x = \frac{s_x}{t}$$

Одиниця швидкості руху в СІ – **метр за секунду**:

$$[v] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Графік проекції швидкості – відрізок прямої, паралельної осі часу, адже швидкість руху не змінюється з часом.

• З якою швидкістю рухається автомобіль? велосипед? хлопчик?

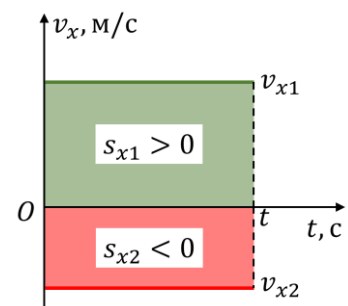


Переміщення тіла у випадку рівномірного прямолінійного руху

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t} \quad \Rightarrow \quad \vec{s} = \vec{v}t$$

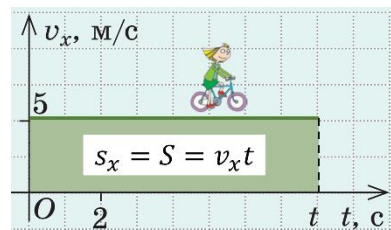
Модуль і проекцію переміщення визначають за формулами:

$$s = vt \qquad s_x = v_x t$$



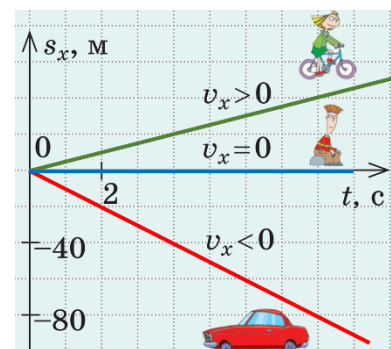
Переміщення чисельно дорівнює площі прямокутника під графіком залежності $v_x(t)$

• Яким буде переміщення велосипеда за 8 с спостереження?



Графік проекції переміщення – відрізок прямої, що проходить через початок координат, оскільки $s_x \sim t$

• Яким буде переміщення автомобіля, велосипеда та хлопчика за 4 с спостереження?



Рівняння координати в разі рівномірного прямолінійного руху

$$x = x_0 + s_x \quad s_x = v_x t \quad \Rightarrow \quad x = x_0 + v_x t$$

x_0 – початкова координата;

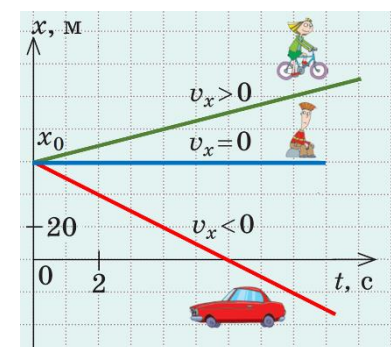
v_x – проекція швидкості руху тіла;

t – час спостереження.

Графік координати – відрізок прямої, що починається в точці ($t = 0$; $x = x_0$), де x_0 – початкова координата.

• Визначте координату автомобіля через 8 с спостереження.

• На якій відстані один від одного перебуватимуть автомобіль і велосипед через 4 с спостереження?



Нерівномірний рух

Напевне, вам доводилося їхати автобусом або потягом із одного міста до іншого. Згадайте: транспортний засіб час від часу гальмує, зупиняється, потім знову набирає швидкість. Стрілка спідометра весь час коливається і тільки іноді замирає на місці.

- Чи можна назвати такий рух рівномірним? (Звичайно, ні)
- А як називають такий рух?
- Як його описати?

Рівномірний прямолінійний рух трапляється досить рідко. У повсякденному житті ми зазвичай маємо справу з нерівномірним рухом.

Нерівномірний рух – це рух, під час якого тіло за рівні проміжки часу проходить різний шлях.

- Наведіть свої приклади нерівномірного руху в повсякденному житті.

(Нерівномірним є рух автобуса та інших транспортних засобів, рух тіл, що падають, рух спортсменів на біговій доріжці. А ще згадайте, наприклад, як котиться м'яч, як ви рухаєтесь під час прогулянки, на уроках фізкультури.)

• Якщо швидкість автобуса в кожній точці є різною, як же її визначити? Як характеризувати такий рух?

Для характеристики нерівномірного руху використовують фізичні величини: *середня шляхова швидкість, середня векторна швидкість, миттєва швидкість.*

Середня швидкість руху тіла

Середня шляхова швидкість:

- Скалярна фізична величина
- Дорівнює відношенню всього шляху l до інтервалу часу t , за який цей шлях подолано

$$v_{\text{сер } l} = \frac{l}{t} = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$$

Увесь шлях

Увесь час спостереження

$l_1, l_2, \dots, l_n$ – ділянки шляху, пройдені за відповідні інтервали часу $t_1, t_2, \dots, t_n$

- Не має напрямку

Середня швидкість переміщення:

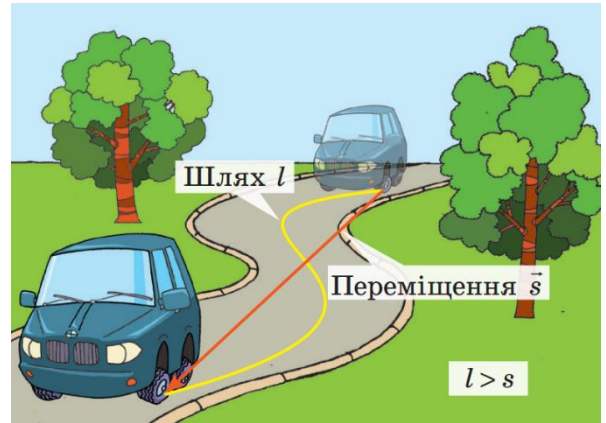
- Векторна фізична величина
- Дорівнює відношенню переміщення $\vec{s}$ до інтервалу часу t , за який це переміщення здійснено

$$\vec{v}_{\text{сер } s} = \frac{\vec{s}}{t} = \frac{\vec{s}_1 + \vec{s}_2 + \dots + \vec{s}_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$$

Усе переміщення
Увесь час спостереження

$\vec{s}_1, \vec{s}_2, \dots, \vec{s}_n$ – переміщення тіла за відповідні інтервали часу $t_1, t_2, \dots, t_n$

- Напрямок збігається з напрямком переміщення: $\vec{v}_{\text{сер}} \uparrow \vec{s}$



Миттєва швидкість руху тіла

• Яку швидкість показує спідометр автобуса?

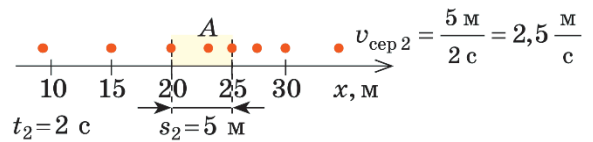
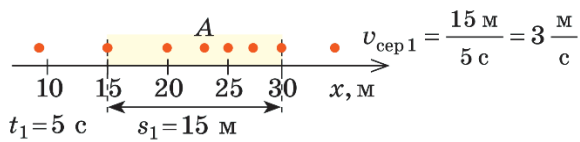
Миттєва швидкість:

- Векторна фізична величина
- Швидкість руху в даний момент часу, в даній точці; середня векторна швидкість, виміряна за нескінченно малий інтервал часу

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} \quad \Delta \vec{s} \text{ – переміщення за дуже малий інтервал часу } \Delta t (\Delta t \rightarrow 0)$$

- Напрямок збігається з напрямком переміщення в даний момент часу: $\vec{v} \uparrow \Delta \vec{s}$

- Чим менше інтервал часу, за який вимірюється середня швидкість руху, тим більше її значення наближається до значення миттєвої швидкості



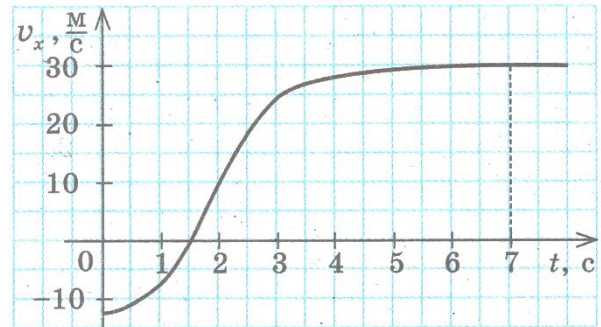
Час між послідовними положеннями тіла – 1 с

Під час прямолінійного рівномірного руху миттєва швидкість *збігається з середньою швидкістю руху тіла* та є незмінною.

В усіх інших випадках миттєва швидкість змінюється:

- за напрямком – під час криволінійного рівномірного руху;
- за значенням, інколи за напрямком (напрямок може змінюватися на протилежний) – під час прямолінійного нерівномірного руху;
- за напрямком і значенням водночас – під час криволінійного нерівномірного руху.

• Якою буде миттєва швидкість тіла через 1 с після початку руху? через 1,5 с? через 4 с?



З рисунка видно: $v_{x1} = -7,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_{x2} = 0$; $v_{x3} = 27,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ВПРАВ

1. Потяг 10 хв рухається рівномірно прямолінійною ділянкою шляху завдовжки 5 км. Визначте швидкість руху потяга.

Дано:

$$t = 10 \text{ хв} = 600 \text{ с}$$

$$s = 5 \text{ км} = 5000 \text{ м}$$

$v = ?$

Розв'язання

$$v = \frac{s}{t} \quad [v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v = \frac{5000}{600} = 8,3 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

Відповідь: $v = 8,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2. Які з наведених нижче формул описують рівномірний прямолінійний рух? Для кожного випадку рівномірного прямолінійного руху визначте проекцію швидкості, початкову координату та напрямок руху тіла:

а) $x = 10 - 2t$; б) $x = 5t$; в) $x = 10 - 2,5t + 2t^2$; г) $x = -8 + 4t$; д) $x = -2,5t^2$

Рівняння координати у випадку рівномірного прямолінійного руху має вигляд:

$$x = x_0 + v_x t$$

Тому рівняння а) $x = 10 - 2,5t + 2t^2$ і д) $x = -2,5t^2$ не є рівномірним прямолінійним рухом.

$$\text{а) } x = 10 - 2t \quad x_0 = 10 \text{ (м)} \quad v_x = -2 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

Напрямок руху тіла протилежний напрямку осі координат

$$\text{б) } x = 5t \quad x_0 = 0 \text{ (м)} \quad v_x = 5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

Напрямок руху тіла збігається з напрямком осі координат

$$\text{г) } x = -8 + 4t \quad x_0 = -8 \text{ (м)} \quad v_x = 4 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

Напрямок руху тіла збігається з напрямком осі координат

3. Першу ділянку шляху – завдовжки 120 м – лижник пройшов за 2 хв, а другу ділянку – завдовжки 30 м – за 0,5 хв. Знайдіть середню шляхову швидкість руху лижника.

Дано:

$$l_1 = 120 \text{ м}$$

$$t_1 = 2 \text{ хв} = 120 \text{ с}$$

$$l_2 = 30 \text{ м}$$

$$t_2 = 0,5 \text{ хв} = 30 \text{ с}$$

$$v_{\text{сеп } l} = ?$$

Розв'язання



$$v_{\text{сеп } l} = \frac{l}{t} \quad l = l_1 + l_2 \quad t = t_1 + t_2$$

$$v_{\text{сеп } l} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} \quad [v_{\text{сеп } l}] = \frac{\text{м} + \text{м}}{\text{с} + \text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_{\text{сеп } l} = \frac{120 + 30}{120 + 30} = 1 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

$$\text{Відповідь: } v_{\text{сеп } l} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

4. Першу половину часу польоту літак рухався зі швидкістю 600 км/год, а решту часу – зі швидкістю 800 км/год. Знайдіть середню шляхову швидкість руху літака.

Дано:

$$t_1 = t_2 = t'$$

$$v_1 = 600 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$v_2 = 800 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$v_{\text{сеп } l} = ?$$

Розв'язання



$$v_{\text{сеп } l} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2}$$

$$l_1 = v_1 t_1 = v_1 t'$$

$$l_2 = v_2 t_2 = v_2 t'$$

$$v_{\text{сеп } l} = \frac{v_1 t' + v_2 t'}{2t'} = \frac{t'(v_1 + v_2)}{2t'} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$[v_{\text{сеп } l}] = \frac{\frac{\text{км}}{\text{год}} + \frac{\text{км}}{\text{год}}}{1} = \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$v_{\text{сеп } l} = \frac{600 + 800}{2} = 700 \left(\frac{\text{км}}{\text{год}} \right)$$

$$\text{Відповідь: } v_{\text{сеп } l} = 700 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

5. Тіло рухається по дузі кола радіусом 4 м, описуючи при цьому траєкторію, яка являє собою половину дуги кола. Першу чверть кола тіло рухається зі

швидкістю 2 м/с, а другу чверть – зі швидкістю 8 м/с. Визначте середню шляхову швидкість і середню векторну швидкість тіла за весь час руху.

Дано:

$$R = 4 \text{ м}$$

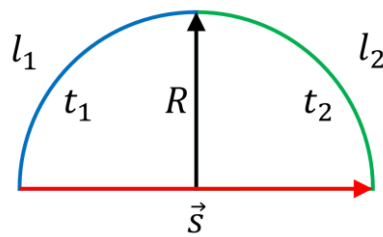
$$v_1 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_{\text{сер } l} = ?$$

$$v_{\text{сер } s} = ?$$

Розв'язання



$$v_{\text{сер } l} = \frac{l}{t}$$

Довжина кола:

$$L = 2\pi R$$

Тіло рухається по колу та проходить половину дуги кола:

$$l = \frac{1}{2} L = \pi R$$

$$t = t_1 + t_2$$

$$t_1 = \frac{l_1}{v_1} \quad t_2 = \frac{l_2}{v_2}$$

l_1 та l_2 – половина відстані, яку проходить тіло.

$$l_1 = l_2 = \frac{l}{2} = \frac{\pi R}{2}$$

$$v_{\text{сер } l} = \frac{\pi R}{\frac{\pi R}{2v_1} + \frac{\pi R}{2v_2}} = \frac{\pi R}{\frac{\pi R}{2} \cdot \left(\frac{v_2 + v_1}{v_1 v_2} \right)} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

$$[v_{\text{сер } l}] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_{\text{сер } l} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 8}{2 + 8} = \frac{32}{10} = 3,2 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

За означенням середня векторна швидкість – це відношенню переміщення до інтервалу часу, за який це переміщення здійснено:

$$v_{\text{сер } s} = \frac{s}{t}$$

Якщо тіло проходить половину дуги кола, то його переміщення дорівнює діаметру кола:

$$s = 2R$$

$$t_1 = \frac{\pi R}{2v_1} \quad t_2 = \frac{\pi R}{2v_2}$$

$$v_{\text{сер } s} = \frac{2R}{\frac{\pi R}{2v_1} + \frac{\pi R}{2v_2}} = \frac{2R}{\frac{\pi R}{2} \cdot \left(\frac{v_2 + v_1}{v_1 v_2} \right)} = \frac{4v_1 v_2}{\pi \cdot (v_1 + v_2)}$$

$$[v_{\text{сеп } s}] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_{\text{сеп } s} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 8}{3,14 \cdot (2 + 8)} = \frac{64}{31,4} \approx 2 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

Відповідь: $v_{\text{сеп } l} = 3,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v_{\text{сеп } s} \approx 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

6. Тіло рухається в напрямку, протилежному напрямку осі OX , з постійною швидкістю 18 км/год. Початкова координата тіла дорівнює 30 м. Запишіть рівняння координати. Знайдіть координату тіла та модуль його переміщення через 10 с після початку спостереження.

Дано:

$$v_x = -18 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$= -5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$x_0 = 30 \text{ м}$$

$$t_1 = 10 \text{ с}$$

$$x(t) - ?$$

$$x_1 - ?$$

$$s_1 - ?$$

Розв'язання

Рівняння координати у випадку рівномірного прямолінійного руху має вигляд:

$$x = x_0 + v_x t$$

Підставляємо значення координати та швидкості:

$$x = 30 - 5t$$

Для того, щоб знайти координату тіла через 10 с, час підставимо в рівняння руху:

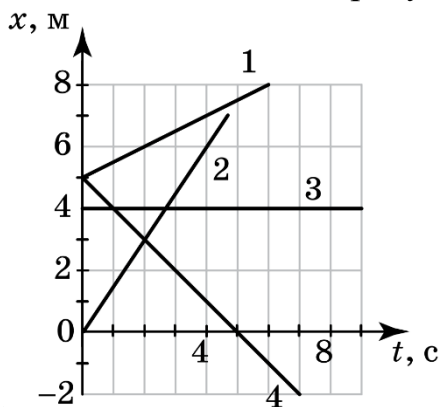
$$x_1 = 30 - 5 \cdot 10 = -20 \text{ (м)}$$

Переміщення знайдемо за формулою:

$$s_x = x - x_0 \quad s_{x1} = -20 - 30 = -50 \text{ (м)}$$

Відповідь: $x = 30 - 5t; x_1 = -20 \text{ м}; s_1 = 50 \text{ м}.$

7. За поданими на рисунку графіками запишіть рівняння залежності $x(t)$.



Рівняння координати у випадку рівномірного прямолінійного руху має вигляд: $x = x_0 + v_x t$

Проекцію швидкості визначають за формулою:

$$v_x = \frac{s_x}{t} = \frac{x - x_0}{t}$$

$$x_{01} = 5 \text{ м}; x_1 = 8 \text{ м}; t_1 = 6 \text{ с}; v_{x1} = \frac{8 - 5}{6} = 0,5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

$$x_1 = 5 + 0,5t$$

$$x_{02} = 0; x_2 = 6 \text{ м}; t_2 = 4 \text{ с}; v_{x2} = \frac{6 - 0}{4} = 1 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right) \quad x_2 = t$$

$$x_{03} = 5 \text{ м}; x_3 = 0; t_3 = 5 \text{ с}; v_{x3} = \frac{0 - 5}{5} = -1 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right) \quad x_3 = 5 - t$$

8. Уздовж осі OX рухаються два тіла. Рівняння залежності їхніх координат від часу мають вигляд: $x_1 = -4 + t$; $x_2 = 10 - 2t$. Опишіть рухи цих тіл. Знайдіть час і місце їхньої зустрічі. Побудуйте графіки залежності $x(t)$ та $v_x(t)$ для кожного тіла.

Дано:

$$x_1 = -4 + t$$

$$x_2 = 10 - 2t$$

$x - ?$

$t - ?$

$x(t) - ?$

$v_x(t) - ?$

Розв'язання

На момент зустрічі координати тіл будуть однаковими:

$$x_1 = x_2$$

$$-4 + t = 10 - 2t$$

$$3t = 14$$

$$t \approx 4,7 \text{ (с)}$$

Обчислимо координату тіла 1 в момент зустрічі:

$$x_1 = -4 + 4,7 = 0,7 \text{ (м)}$$

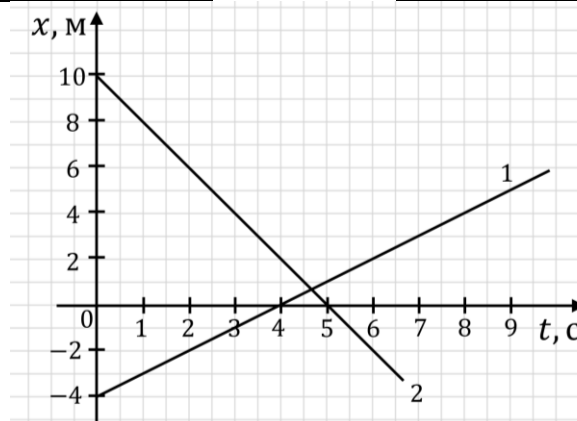
$$x = x_1 = 0,7 \text{ м}$$

Відповідь: $t \approx 4,7 \text{ с}$; $x = 0,7 \text{ м}$.

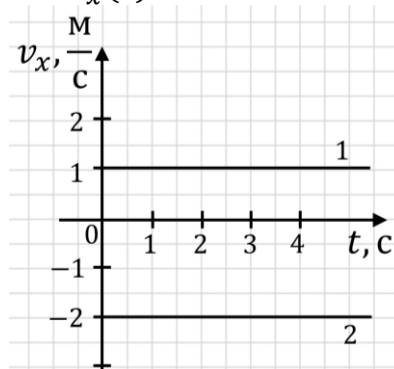
Графіки залежності $x(t)$:

$x_1 = -4 + t$	
$t, \text{с}$	$x_1, \text{м}$
0	-4
4	0

$x_2 = 10 - 2t$	
$t, \text{с}$	$x_2, \text{м}$
0	10
5	0



Графіки залежності $v_x(t)$:



9. Відомо, що третину шляху скейтбордист рухався зі швидкістю 36 км/год, а 300 м, які залишилися, він подолав за 1 хв. Визначте, скільки часу рухався скейтбордист, обчисліть середню шляхову швидкість його руху.

Дано:

$$v_1 = 36 \frac{\text{км}}{\text{год}} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$l_2 = 300 \text{ м}$$

$$t_2 = 1 \text{ хв} = 60 \text{ с}$$

$$t - ?$$

$$v_{\text{сеп } l} - ?$$

Розв'язання



$$v_{\text{сеп } l} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2}$$

За умовою задачі:

$$l_1 = \frac{l_2}{2}$$

$$t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{l_2}{2v_1}$$

$$t = \frac{l_2}{2v_1} + t_2 \quad [t] = \frac{\text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{с}}} + \text{с} = \text{с} + \text{с} = \text{с}$$

$$t = \frac{300}{2 \cdot 10} + 60 = 75 \text{ (с)}$$

$$v_{\text{сеп } l} = \frac{\frac{l_2}{2} + l_2}{t} = \frac{3l_2}{2t}$$

$$[v_{\text{сеп } l}] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad v_{\text{сеп } l} = \frac{3 \cdot 300}{2 \cdot 75} = 6 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

Відповідь: $t = 75 \text{ с}$; $v_{\text{сеп } l} = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.